Лучшие задания за 2007 - 2010 годы

Настоящий перечень представляет собой примеры задач по физике разного уровня сложности, которые, как показал опыт проведения олимпиад МЭИ (ТУ), позволяют наиболее эффективно определять наличие у школьников умений и навыков, необходимых для успешной учебы в техническом вузе. Обычно используются как вариации широко известных "классических" задач, так и оригинальные, родившиеся из опыта проведения олимпиад и преподавания в подразделениях довузовской подготовки МЭИ (ТУ).

Задачи типа 1, 2 выявляют способность учащихся грамотно аргументировать свои рассуждения, владение логикой, эрудицию.

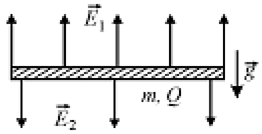
Для решения задач типа 7, 9, 8 требуется использование всего одного, максимум двух, фундаментальных законов. Заметим, что поверхностное усвоение таковых, не приведет к успеху в решении. Требуются именно знание законов во всех тонкостях, доступных школьнику.

Пример задач, требующих от школьников немалой находчивости и сообразительности - задачи 4, 5, 8. Красивое решение и лаконичный ответ неизменно доставляет ребятам, решившим задачи, удовольствие.

Задачи типа 3 касаются разделов школьной программы, которым зачастую уделяется незаслуженно мало внимания, и, как правило, вызывают немалые трудности. Абитуриенты должны понимать, что все темы одинаково нужны и важны.Наконец, задачи типа 6 учитывают специфику вуза - организатора олимпиады. Они не только выявляют знания и способности учащихся, но и расширяют их эрудицию.

1. Стальная проволока, подсоединенная к источнику ЭДС, под действием тока сильно нагревается. Если половину раскаленной проволоки опустить в дистиллированную воду, оставшаяся на воздухе часть нагревается еще сильнее. Объясните это явление.
2. Из соображений безопасности воздушные шары и дирижабли часто наполняют гелием. При одинаковых условиях плотность гелия в два раза больше плотности водорода. Как Вы думаете, существенно ли снижает использование гелия вместо водорода подъемную силу? Ответ объясните.
3. Во время работы в жаркую погоду инженеры-энергетики включили кондиционер. Скорость передачи тепла между помещением конструкторского бюро и улицей через окна и стены составляет $K\cdot(t_у - t_п)$, где K=11.8 кВт/град, $t_у$ - температура на улице, $t_п$ - температура в помещении. Кондиционер работает по циклу Карно так, что $t_у$ - температура нагревателя, а $t_п$ - температура холодильника. Какую мощность потребляет кондиционер из сети, если $t_у=27^oC$, а $t_п=22^oC$? На сколько возрастет потребляемая кондиционером мощность, если температура на улице увеличится на 5^oC?
4. В момент отправления поезда человек, бегущий в направлении головного вагона с постоянной скоростью, находится у конца последнего вагона. Считая, что поезд длиной l движется с ускорением a, определите минимальную скорость человека v_0, при которой он успеет добежать до кабины машиниста.
5. На поверхности воды заданной плотности плавает цилиндрический тонкостенный стакан, наполовину погруженный в воду. На какую глубину нужно погрузить дно перевернутого стакана, чтобы он вместе с заключенным в нем воздухом пошел ко дну? Высота стакана h, атмосферное давление p_0. Давлением водяного пара внутри стакана пренебречь.

6. В обозначениях ядерных реакторов типа ВВЭР используются числа, показывающие электрическую мощность реактора. Так, ректор ВВЭР-440 имеет электрическую мощность 440 МВт, коэффициент полезного действия составляет 32 %. Какое обозначение следует использовать для более мощного реактора, если его тепловая мощность увеличена в 2,2 раза, а к.п.д. на 1%?



7. Тонкая металлическая пластинка, заряженная зарядом $Q = 1\cdot10^{-7}$ Кл, равномерно распределенным по поверхности, находится в вертикально направленном электрическом поле, причем напряженность поля над пластинкой $E_1 = 5\cdot10^5$ В/м, а под пластинкой $E_2 = 2\cdot10^5$ В/м. Определите массу m пластинки, если она покоится в электрическом поле и в поле сил тяжести.
8. Две частицы, имеющие одинаковый заряд, движутся в однородном постоянном во времени электрическом поле. Массы частиц m_1 и $m_2 = 2m_1$. В начальный момент времени скорости частиц взаимно перпендикулярны и равны, соответственно, v_1=500 м/с и v_2=300 м/с. Через некоторый промежуток времени скорость второй частицы изменилась на противоположную, равную по модулю первоначальной. Найдите, какой стала скорость первой частицы через тот же промежуток времени? Сила тяжести и силы сопротивления движению отсутствуют. Взаимодействием между частицами пренебрегите.
9. В цилиндре под поршнем в объеме V_1 и температуре T находятся насыщенные пары воды. Объем изотермически уменьшают до величины V_2. Какой объем займет образовавшаяся вода, если отношение плотностей воды и пара при этой температуре равно n?
10. 

Точечный источник находится на главной оптической оси OO' линзы в точке A, его изображение находится в точке B. Когда источник поместили в точке B, его изображение оказалось точке C. Определите фокусное расстояние линзы, если AB=2l, BC=l.

Лучшие задания за 2010/2011 учебный год

Характер и уровень сложности олимпиадных задач по физике направлены на достижение целей, поставленных организаторами олимпиад. В первую очередь, это выявление в составе участников олимпиад способных учащихся, твердо владеющих школьной программой и наиболее подготовленных к успешному усвоению курсов, определенных образовательными стандартами для технических вузов. Будущие студенты должны обладать логическим мышлением, свободно оперировать физическими законами, научными формулировками и терминологией. От школьников требуется умение математически сформулировать описанную в задаче ситуацию на основе физических законов, при решении – применить наиболее подходящие методы алгебры. Совершенно необходимо и умение абстрагироваться от лишнего, рисовать удачные графические схемы, умело применять графики тех или иных процессов.

Структура типичного варианта олимпиады такова, что задачи строго дифференцированы по сложности и требуют для решения различных временных затрат. Задачи охватывают все разделы школьной программы и носят, в своем большинстве, комплексный характер, позволяющий варьировать оценки в зависимости от проявленных в решении творческих подходов и продемонстрированных технических навыков. Участники должны самостоятельно определить законы физики, применимые к каждой задаче, разбить задачу на подзадачи, грамотно выполнить решение каждой подзадачи и затем синтезировать решение всей задачи из решений отдельных подзадач.
Успешное написание олимпиадной работы не требует знаний, выходящих за пределы школьной программы, но, как показывает статистика олимпиады, доступно далеко не каждому школьнику, поскольку требует творческого подхода, логического мышления, умения увидеть и составить правильный и оптимальный план решения, четкого и технически грамотного выполнения каждой части решения, порой, отбора из множества математически верных решений подмножества решений, соответствующих физической реальности.
Умение справляться с заданиями олимпиады по физике приходит к участникам олимпиад с опытом, который вырабатывается на отборочном этапе олимпиады.
Все задачи снабжены ответами, а наиболее сложные из них – краткими решениями.

(7-й класс) Ученица 7-го класса Катя Иванова увлеклась сочинением научно-фантастических рассказов и анализом откликов на них в Интернете. Сочиняя очередной рассказ, Катя написала: «Пролетая мимо пульсара, командир звездолёта обратил внимание, что время между вспышками пульсара медленно уменьшается. Сверившись по «Википедии», командир узнал, что данный пульсар удивительно стабилен, периодичен. Неужели энциклопедия ошибается?..». Стоп! А как бы на месте Кати закончили бы Вы рассуждения командира звездолёта?

Решение.

«Википедия» не ошиблась. Дело в конечности скорости света c. Легко видеть, что при приближению к пульсару с расстояния R до r ($R>r$), время, занимающее некоторое определённое количество вспышек пульсара, взятое из «Википедии» t(табл.) увеличится t(прибл.)$=t$(табл.)$+R/c-r/c$, а при удалении (с r до R) то же самое количество вспышек займёт t(удал.)$=t$(табл.)$+r/c-R/c$, или t(прибл.)$>t$(удал.), что и объясняет наблюдаемое явление.

(7-й класс) Группа студентов МЭИ пришла на стадион «Энергия» на занятие по физкультуре. По заданию преподавателя студенты побежали колонной длиной l, с одинаковыми скоростями v. Преподаватель физкультуры побежал в противоположную сторону беговой дорожки стадиона навстречу колонне со скоростью $u<v$. В соответствии с указанием преподавателя, каждый студент, поравнявшийся с преподавателем, разворачивается и бежит в обратную сторону с той же самой скоростью v. Найдите длину колонны студентов, когда все студенты будут бежать в направлении, противоположном первоначальному.

Ответ: $l' = lv/(u+v)$.

(8-й класс) Каждое утро в одно и то же время за директором АЭС в его загородный коттедж заезжает на машине шофёр и везет его на работу. Однажды директор вышел из дома на 1 час раньше обычного и пошел по шоссе навстречу машине (в посёлок ведёт единственное шоссе). В результате он прибыл на АЭС на 20 минут раньше обычного. Сколько времени директор шел пешком до встречи с машиной?

Ответ: директор шёл 50 минут.

(8-й класс) Лето. Дача. Папа для экономии электроэнергии установил на крыше дачного домика солнечную батарею площадью $S = 1$ м^2 и запитал от нее кухонную электроплитку. Сколько времени потребуется маме для приготовления супа объемом 2 л на этой электроплитке, если за время кипения супа из кастрюли испаряется 100 мл воды. Среднесуточная инсоляция (количество солнечной энергии за световой день приходящийся на площадку 1 м^2) в средних широтах в летние месяцы составляет около W = 19,2 МДж/м^2. КПД солнечной батареи обычно не превышает 15%. Считать плотность супа примерно равным плотности воды, а продолжительность светового дня летом — T = 12 часов.

Ответ: 3,76 часа.

(8-й класс) Мощность строящейся приливной электростанции «Северная» в Мурманской области составит 12 МВт при КПД равном 65%. Электростанция своей плотиной перекрывает губу (длинный узкий залив) «Долгая», площадь которой составляет 5 км^2. Определите средний перепад уровней воды в рабочем цикле электростанции, если цикл приливного наполнения или опустошения залива длится около 5 часов. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Ответ: 3,65 м.

(9-й класс) В центре круглой арены радиусом R находится лиса, а на краю – заяц. Убегая от лисы, заяц двигается только по периметру арены. Преследуя зайца, лиса двигается таким образом, что центр арены, она сама и заяц постоянно лежат на одной прямой. Через какое время лиса настигнет зайца? Скорости бега лисы и зайца постоянны, одинаковы и равны v. Рассмотрите общий случай, когда заяц «мечется», то есть в произвольные моменты времени меняет свою скорость на противоположную.

Ответ: в независимости от «метаний» $t=\pi R/2v$.

(9-й класс) На теннисный мяч с высоты 1м падает кирпич и подскакивает почти на прежнюю высоту. На какую высоту подпрыгнет мяч?

Ответ: около 25 см.

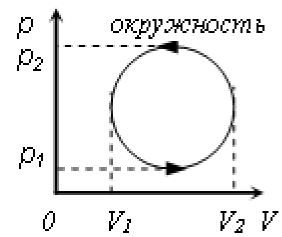
(10-й класс) Материальная точка движется в плоскости так, что ее нормальное (центростремительное) ускорение постоянно по модулю, а тангенциальное (касательное) ускорение сонаправлено со скоростью. Как выглядит траектория точки?

Ответ: Раскручивающаяся спираль

(10-й класс) Во сколько раз следует повысить напряжение источника, чтобы потери мощности (в линии передачи) снизить в 100 раз при условии постоянства отдаваемой генератором мощности?

Ответ: в десять раз.

(10-й класс) На диаграмме (p,V) показан график зависимости давления идеального газа от объёма в замкнутом процессе (цикле). Определите работу, совершенную газом за этот цикл.



Ответ: $A = -\pi \frac{(p_2 - p_1)\cdot(V_2 - V_1)}{4}$.

(10-й класс) Из-за обледенения вызванного «ледяным дождём» один из проводов ЛЭП оборвался. Известно, что перед обрывом провод длиной l провисал на величину h (иными словами, середина провода была ниже высоты его закрепления на опорах на h метров). Максимальная сила натяжения, которую выдерживает провод, равна T_0. Считая, что провод обледенел равномерно по длине, найдите массу льда на проводе, если $T_0=8m_0g$, где m_0 – масса провода без льда, и $l=32h$.

Решение.

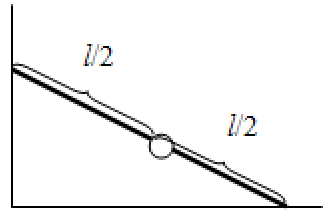
Пусть масса обледеневшего провода перед обрывом равна m. Разобьём половину провода от середины до точки крепления на много маленьких отрезков Δl_i ($\Delta l_i<<l$) и массой $\Delta m_i=m\Delta l_i/l$ каждый. Тогда условие равновесия отрезка: $\boldsymbol{T}_i+\boldsymbol{T}_{i+1}=\Delta m_i\boldsymbol{g}$, где – $\boldsymbol{T}i$ сила натяжения провода приложенная к i-му отрезку снизу, а $\boldsymbol{T}_{i+1}$ – аналогичная сила натяжения, приложенная сверху. Учитывая $\Delta m_ig<<T$ в любой точке провода, нетрудно видеть, что приращение модуля силы натяжения на длине Δl_i равно $\Delta T_i= \Delta m_i g\sin\alpha_i =mg\Delta y_i/l$, где α_i – угол отрезка Δl_i с горизонталью, Δy_i – приращение по высоте на отрезке Δl_i. Но тогда максимальная сила T_0 (в точке крепления) отличается от минимальной F (в середине провода) на величину mgh/l. Второе уравнение даёт условие равновесия половины провода: $\boldsymbol{F}+m\boldsymbol{g}/2=\boldsymbol{T}_0$. Т.о. имеем систему:

$$\begin{cases} T_0 = F + mg\dfrac{h}{l} \\ T_0^2 = F^2 + \left(\dfrac{mg}{2}\right)^2 \end{cases}.$$

Решение системы (в пренебрежении h^2/l^2 по сравнению с ¼) даёт массу обледеневшего провода $m\approx 8T_0h/lg=2m_0$.

Ответ: масса льда на проводе равна m_0.

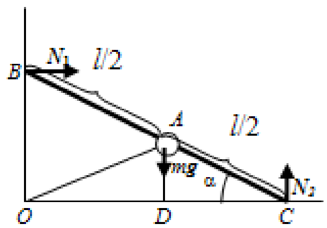
(10-й класс) Легкая соломинка скользит своим верхним концом по гладкой вертикальной стене, а нижним – по гладкой горизонтальной плоскости (см. рисунок). В центре соломинки закреплена маленькая свинцовая дробинка. Начальное положение соломинки – вертикальное. При каком угле между соломинкой и горизонтальной плоскостью верхний конец соломинки оторвется от стены?



<u>Решение.</u>

Из приведённого рисунка видно, что треугольник OAC – равнобедренный, а траектория точки A – окружность радиуса $l/2$.

Далее, в системе отсутствует трение, и механическая энергия, очевидно сохраняется:



$$mg\frac{l}{2} = \frac{mv^2}{2} + mg\frac{l}{2}\sin\alpha. \qquad (1)$$

Моменту отрыва соломинки от стены соответствует условие $N_1=0$ и ничего не известно о величине силы $\boldsymbol{N_2}$ в этот момент. Рассмотрим уравнение (1). Т.к. скорость точки A всегда направлена по касательной к её траектории (перпендикулярно отрезку OA), то внешние силы $\boldsymbol{N_1}$ и $\boldsymbol{N_2}$ совершают, каждая свою, отличную от нуля, работу в процессе движения соломинки. Выполнение уравнения (1), по сути, означает, что в любой момент времени суммарная работа этих сил равна нулю: $A=A_1+A_2=0$. Но это, в свою очередь, означает, что соответствующие мощности P_1 и P_2 в любой момент времени в сумме равны нулю: $P_1+P_2=0$, или $\boldsymbol{N_1 v}+\boldsymbol{N_2 v}=0$ (значит $\boldsymbol{N}_1+\boldsymbol{N}_2\perp\boldsymbol{v}$). Поэтому, из условия отрыва $N_1=0$ сразу следует $N_2=0$. Мы приходим к выводу, что оба конца соломинки отрываются соответственно от стены и от пола одновременно, и в момент отрыва на соломинку с бусинкой действует единственная сила $m\boldsymbol{g}$. Тогда:

$$m\frac{v^2}{\left(\frac{l}{2}\right)} = mg\sin\alpha \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) следует ответ: $\alpha = \arcsin\frac{2}{3}$.

(11-й класс) Незаряженного металлического шара радиуса R_1 касаются другим металлическим шаром, имеющим радиус R_2 и заряд q_2. Затем второй шар удаляют на достаточно большое расстояние от первого. При этом потенциал второго шара оказывается равным $\varphi_2^{\prime}$. Далее второй шар вновь заряжают зарядом q_2 и касаются первого. Найдите потенциал первого шара φ_1^{∞} после многократного повторения указанной процедуры.

Решение.

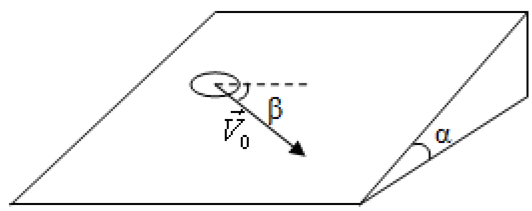
Потенциал сложного геометрического тела (соприкасающихся шаров) всегда пропорционален суммарному заряду шаров (соответствующий коэффициент пропорциональности называется обратной ёмкостью), а пропорция распределения заряда по частям составного тела определяется лишь формой этого тела. Пусть после первого соприкосновения шаров R_1 и R_2 они приобрели соответственно $q_1^/$ и $q_2^/$. Тогда $q_1^/ + q_2^/ = q_2$, где $q_2^/ = 4\pi\varepsilon_0 R_2 \varphi_2^/$ и $q_2^/ / q_1^/ = q_2^/ / \left(q_2 - q_2^/\right)$. После бесконечного числа соприкосновений переход заряда от второго шара к первому прекратится, и:

$$\frac{q_2}{q_1^\infty} = \frac{q_2^/}{q_2 - q_2^/}.$$

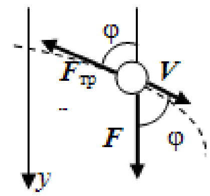
Отсюда получаем ответ:

$$\varphi_1^\infty = \frac{q_2\left(q_2 - 4\pi\varepsilon_0 R_2 \varphi_2^/\right)}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 R_1 R_2 \varphi_2^/}.$$

(11-й класс) Монета покоится на безграничной наклонной плоскости, составляющей угол α=30° с горизонтом. Коэффициент трения монеты о плоскость μ=$\sqrt{3}/3$. Монете сообщили начальную скорость V_0, так, что вектор начальной скорости параллелен наклонной плоскости и наклонён под углом β= α=30° вниз к горизонтали (см. рисунок). Через достаточно большое время монета приобрела скорость V=3 см/с. Найдите величину скорости V_0.



Решение.



Заметим, что, исходя из данных задачи (α=30°, $\mu=\sqrt{3}/3$), до начала движения монета находилась в состоянии так называемого «безразличного равновесия»: сила трения скольжения (она же – максимально возможная сила трения покоя) в точности равна «сталкивающей силе» - проекции силы тяжести на наклонную плоскость. Рассмотрим произвольный момент времени движения монеты после придания ей начальной скорости V_0 (см. рисунок). Плоскость рисунка совпадает с наклонной плоскостью. Пусть монета движется по траектории, обозначенной пунктирной линией и имеет скорость V. В проекции на наклонную плоскость на монету действуют две равные по величине силы: сила трения $F_{тр}$ (направлена по касательной к траектории противоположно скорости) и сила $mg\sin\alpha$ (направлена по y и обозначена на рисунке как F). Равнодействующая этих двух сил в проекции на ось y, направленную вниз (см. рисунок), равна $F(1\text{-}\cos\varphi)$. Равнодействующая тех же сил в проекции на направление скорости равна той же величине, но с обратным знаком: - $F(1\text{-}\cos\varphi)$. Отсюда следует, что в любой момент времени ускорение монеты в направлении оси y a_y равно с обратным знаком тангенциальному ускорению a_τ. Из равенства модулей ускорений следует, что за любой промежуток времени изменение (увеличение) скорости монеты по оси y равно изменению (уменьшению) скорости по модулю. Через бесконечное время (что очевидно из рисунка) монета будет скользить прямолинейно и равномерно в направлении оси y (силы F и $F_{тр}$ станут строго противоположными друг другу). Тогда изменение скорости по y $\Delta V_y = V - V_{0y}$, уменьшение скорости по модулю $-\Delta V_\tau = V_0 - V$. Приравнивая друг другу величины ΔV_y и $-\Delta V_\tau$, получаем уравнение

$$V_0 + V_{oy} = 2V.$$

Отсюда получаем ответ:

$$V_0 = \frac{2V}{1+\sin\beta} = 4 \text{ м/с.}$$

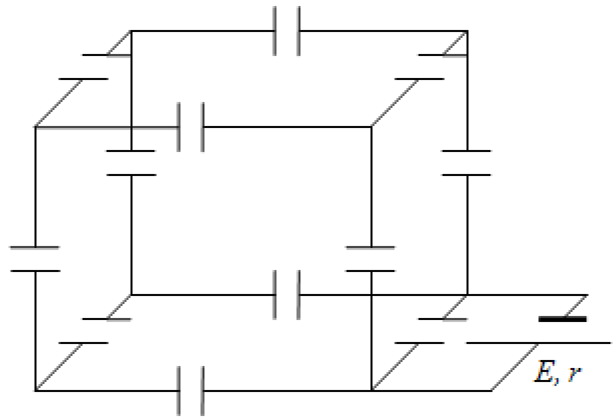
(11-й класс) Если к амперметру, рассчитанному на предельную силу тока $I_{пр}$ = 2 А, присоединить шунт сопротивлением $R_ш$ = 0,5 Ом, то цена деления шкалы амперметра возрастет в n = 10 раз. Определите, какое добавочное сопротивление $R_д$ необходимо присоединить к этому же амперметру, чтобы его можно было использовать как вольтметр для измерения разности потенциалов до U = 220 В?

Ответ: $R_Д = \frac{U}{I_{пр}} - (n-1)R_ш = 105{,}5$ Ом.

(11-й класс) Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом R_1 = 20 см, прошла свинцовую пластинку, расположенную на пути частицы. В следствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории стал R_2=1 см. Какую часть первоначальной кинетической энергии частицы составляет теплота, полученная свинцовой пластинкой при торможении частицы?

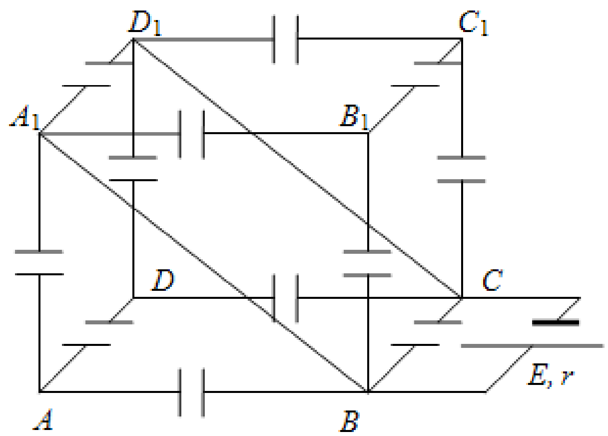
Ответ: $x = 1 - \left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)^2 = \dfrac{399}{400}$.

(11-й класс) Двенадцать одинаковых конденсаторов ёмкостью C каждый соединены так, как показано на рисунке (подводящие провода конденсаторов лежат на ребрах куба и соединяются в его углах). К концам одного из рёбер «куба» присоединяют аккумулятор с э.д.с. E и внутренним сопротивлением r (см. рисунок). Какое количество теплоты Q выделится в аккумуляторе за достаточно большое время? До присоединения аккумулятора конденсаторы не были заряжены; сопротивлением подводящих проводов пренебрегите.



Решение.

Задача симметрична относительно плоскости BCA_1D_1 (см. рисунок). Это означает, что если все элементы отразить относительно этой плоскости, то мы увидим ту же самую задачу. Если подключить источник так, как показано на рисунке, то симметричные точки будут иметь одинаковые потенциалы: $\varphi(A)=\varphi(B_1)$ и $\varphi(D)=\varphi(C_1)$. (Если бы соответствующие потенциалы были бы не равны, мы пришли бы к противоречию: условие задачи не изменилось, но (решения) – потенциалы – изменились).



Соединим проводниками точку A с B_1 и точку D с C_1. Тогда схема включения конденсаторов сведётся просто к комбинации последовательных и параллельных соединений. Прямой подсчет ёмкости даёт результат: $C_{AB}=(12/7)C$.

При подключению к батарее конденсаторов э.д.с. совершает работу A, часть которой превращается в электростатическую энергию конденсаторов W, а часть уходит в тепло Q. Соответствующее энергетическое соотношение имеет вид: $A=W+Q$. При этом:

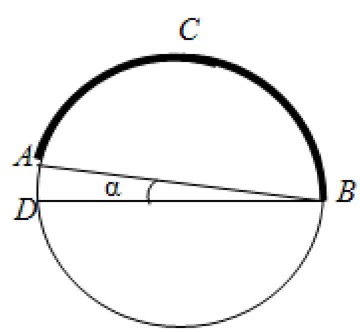
$$A = E\Delta q = E^2C_{BC} = E^2\frac{12}{7}C = \frac{12}{7}CE^2;$$

$$W = \frac{C_{BC}E^2}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{12}{7}C\cdot E^2 = \frac{6}{7}CE^2,$$

где $\Delta q=C_{BC}E$ – заряд, протекший по цепи. Отсюда получаем ответ:

$$Q = A - W = \left(\frac{12}{7}-\frac{6}{7}\right)CE^2 = \frac{6}{7}CE^2.$$

(11-й класс) На гладкую трубу круглого сечения положен перпендикулярно трубе однородный гибкий жгут AB (изображен на рисунке жирной линией). Жгут придерживают за левый конец A в положении, задаваемом углом $\alpha=15°$ (линия BD – диаметр трубы). Затем конец A отпускают, и шнур начинает скользить по трубе. Найдите ускорение правого конца шнура (B) в момент, когда левый конец (A) достигнет вершины трубы (С).



Решение.

Пусть в момент достижения левым концом жгута верхней точки трубы он будет иметь скорость v. Путь за малый указанный момент времени жгут переместился на расстояние Δl (конец A – в право, свисающий конец B, очевидно, – вниз). (Указанное перемещение эквивалентно «отрезанию» от жгута «кусочка» Δl и присоединения его к концу B). Пусть Δm – масса «кусочка», h – разность высот между концами A и B, m – масса всего шнура, а l – длина всего шнура; Δm=m $\Delta l/l$. Тогда:

$$\frac{mv^2}{2} + \Delta mgh = \frac{mv'^2}{2},$$

или

$$\frac{\Delta l}{l}gh = \frac{v'^2 - v^2}{2} = \frac{\left(v'^2 - v^2\right)a}{2a} = \Delta l a.$$

Искомое ускорение равно

$$a = g\frac{h}{l}.$$

Очевидно, l=2πR/3. Разность высот точек A и B в момент достижения точкой A точки C равна h=R+(l-2πR/4)=R(1+π/6). Отсюда получаем окончательный ответ:

$$a = g\frac{6+\pi}{4\pi} \approx 7.14 м/c^2.$$

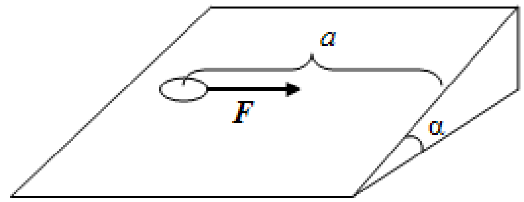
(11-й класс) Из металлической проволоки сечением s и длиной l изготовлено кольцо. Перпендикулярно плоскости кольца приложено магнитное поле с индукцией B, изменяющееся во времени по закону $B = B_0 + \alpha t$, где B_0 и α – известные постоянные. За время τ в кольце выделилось количество теплоты Q. Каково удельное сопротивление ρ материала проволоки? Индуктивностью кольца пренебрегите.

Ответ: $\rho = \dfrac{l^4\alpha^2 s\tau}{16\pi^2 Ql}$.

(11-й класс) В вертикально стоящем сосуде со свободно (без трения) двигающимся поршнем массой M и площадью S находится некоторое количество одноатомного идеального газа. При увеличении температуры газа его объем увеличивается, и сила тяжести Mg совершает работу A. Определите изменение внутренней энергии газа Δu, если атмосферное давление равно p_0, а количество вещества равно ν.

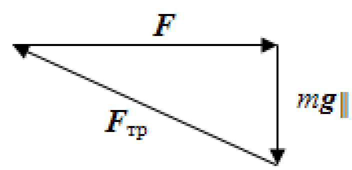
Ответ: $\Delta u = -\dfrac{3}{2}\left(1 + \dfrac{p_0 S}{Mg}\right)A$

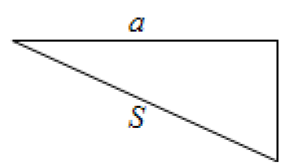
(11-й класс) Монета покоится на шероховатой наклонной плоскости, составляющей угол α=arctg(5/26) с горизонтом. Расстояние от монеты до правого края наклонной плоскости составляет a=12 см (см. рисунок). Коэффициент трения μ=0.5. К монете приложили некоторую горизонтальную силу F, направленную вправо. При этом оказалось, что монета скользит по наклонной плоскости прямолинейно и равномерно. Чему равен путь S, пройденный монетой до правого края наклонной плоскости?



Решение.

Условие равномерного прямолинейного движения даёт: $\mathbf{mg}_{\|}+\mathbf{F}+\mathbf{F}_{тр}=0$, где $\mathbf{mg}_{\|}$ - проекция силы тяжести на наклонную плоскость (её модуль равен mgsinα), $\boldsymbol{F}_{тр}$ сила трения скольжения (см. верхний рисунок). Треугольник из сил подобен треугольнику «из длин». Последний (см. нижний рисунок) образован перпендикуляром к краю плоскости (a), краем плоскости и траекторией монеты (S). Из подобия треугольников получаем ответ:





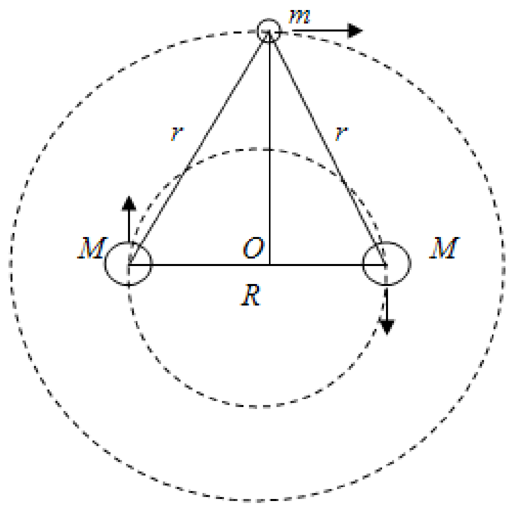
$$\frac{mg\sin\alpha}{\mu mg\cos\alpha}=\frac{\sqrt{S^2-a^2}}{S};$$

$$S=\frac{a}{\sqrt{1-\left(\frac{tg\alpha}{\mu}\right)^2}}=13 см.$$

(11-й класс) Система небесных тел состоит из двух звезд одинаковой массы M каждая и планеты массой m (m<<M). Расстояние между звездами постоянно и равно R. Все три тела вращаются по круговым орбитам, причем все орбиты лежат в одной плоскости, а расстояния от планеты до каждой из звезд одинаковы и так же не меняются в процессе вращения. Какова кинетическая энергия планеты в системе отсчета, связанной с центром масс системы?

Решение.

По умолчанию в задаче предполагается, что рядом со звёздами и планетой не находится никакого массивного небесного тела, способного влиять на движение системы. Положение центра масс (на рисунке – точка *O*), учитывая условие $m \ll M$ и равенство масс звезд, находится на середине отрезка *R*, соединяющего центры звёзд. Все три тела движутся с одной и той же угловой скоростью ω. Тогда:



$$\begin{cases} M\omega^2 \dfrac{R}{2} = G\dfrac{M^2}{R^2} \\ m\omega^2 r\cos\alpha = 2G\dfrac{mM}{r^2}\cos\alpha, \end{cases}$$

где α – любой из двух равных углов *MmO*. Из системы следует, что:

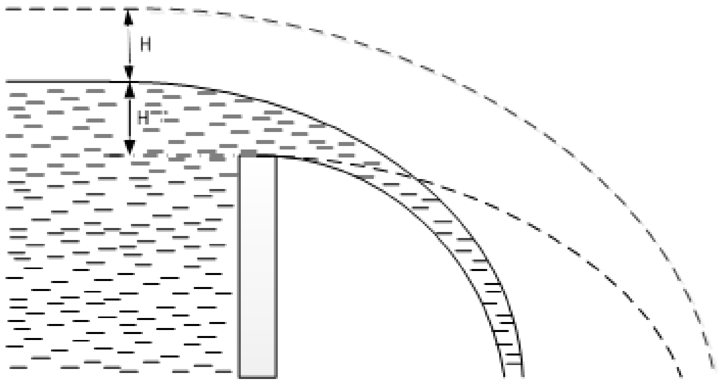
$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{R^3} \Rightarrow r = R.$$

Треугольник *MmM* – равнобедренный. Планета вращается по окружности радиуса $OM = R\cos 30° = R\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ с угловой скоростью $\omega = \sqrt{\dfrac{2GM}{R^3}}$. Линейная скорость планеты $v = \omega \cdot OM = \sqrt{\dfrac{2GM}{R^3}} \cdot R\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$. Кинетическая энергия планеты $W_к = mv^2/2$. Отсюда получим ответ:

$$W_к = \frac{3}{4}G\frac{Mm}{R}.$$

Отметим, что найденное место нахождения планеты относительно звёзд называется одной из *точек Лагранжа* двойной звёздной системы.

(11-класс) Любая плотина речной гидроэлектростанции оборудована водосбросными каналами — отверстиями для протока избыточных весенних паводковых вод в реке в обход турбины гидрогенератора. Во сколько раз увеличится расход воды через водосброс при увеличении уровня воды в реке над кромкой водосброса в 2 раза (см. рис.)? Поперечный профиль водосброса — прямоугольный. Силой вязкого трения пренебречь.



Ответ: в $2\sqrt{2}$ раза.